

نمونه سوالات مبحث مشتق و کاربرد مفهوم مشتق

برای دانشجویان رشته های مدیریت، حسابداری، امور گمرکی و رشته های مرتبط

۱- مشتق هر یک از توابع زیر را محاسبه نمایید.

الف) $f(x) = \sqrt[5]{(2x-x^3)^3}$ (ب) $g(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{3x+7}}$ (ج) $y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$ (د) $f(x) = (x^2+x)^3(x+2)^5$

ر) $g(x) = \sqrt[3]{(x^2+4x)}$ (ز) $k(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ (س) $g(x) = 10x^7 - 3x^5 + 4x^2 - 5$

ش) $h(x) = e^{x+3x^5+4}$ (ح) $f(x) = \frac{x^2-9}{x+1}$ (خ) $y = \frac{(x^2+1)^{\frac{1}{2}}}{(2x+4)^{\frac{1}{4}}}$ (ه) $y = x^{\ln(x^2+1)}$ (چ) $y = xe^{x^2+1}$

پ) $k(x) = \ln(x^3 + 5x^2)$ (ت) $y = 2\ln(x^2 + 4x^3)^{\frac{1}{4}}$ (ث) $(x+y)^2 + (x+y)^3 = a^2$

۲- اگر تابع منحنی تقاضا برای کالایی به صورت $f(x) = \frac{x^2+4}{x-2}$ تعریف شده باشد. خطوط مماس و قائم بر منحنی مذکور را در نقطه $x=1$ محاسبه نمایید.

۳- a, b, c را چنان پیدا کنید که؛ $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ x^2 + x + c - 1, & x > 1 \end{cases}$ در نقطه $x=0$ مشتق پذیر باشد.

۴- معادلات خطوط مماس و قائم بر تابع هزینه $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2}$ را در نقطه $x=1$ به دست آورید.

۵- معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی زیر را در نقطه داده شده بنویسید.

الف) $f(x) = 3x^2 - 1$ در نقطه $x=1$ (ب) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}+x}{x-1}$ در نقطه $x=0$

ج) $f(x) = -\frac{x}{x-1} + \sin(x) - \cos(x)$ در نقطه $x=0$

۶- معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی $x^2 - y^2 + xy = -1$ را در نقطه $(1,2)$ بنویسید.

۷- شیب خط مماس بر منحنی $x^5 + y^4 + x^2y = 1$ در نقطه $x_0 = 0$ را بیابید.

۸- معادله خط قائم بر منحنی $y = \frac{1}{2}x^2$ را در نقطه $(2,2)$ بنویسید.

۹- نقاطی از منحنی $y = x^3 - 3x$ را بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط موازی خط $y = 9x - 5$ باشد.

۱۰- با استفاده از مفهوم دیفرانسیل مقادیر تقریبی $\sqrt[3]{28}$ و $\sqrt[4]{18}$ را محاسبه نمایید.

۱۱- مقدار تقریبی $\sqrt{15}$ و $\sqrt{26}$ را به دست آورید.

۱۲- مقادیر a, b, c را چنان تعیین کنید که خط $x = -4$ مجانب عمودی و خط $y = x - 1$ مجانب مایل نمودار تابع

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2c}$$

باشد.

۱۳- مقادیر a, b, c را به گونه ای تعیین کنید که خط $y = 2x - 1$ مجانب مایل و خط $x = -2$ مجانب قائم نمودار

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x + c} \text{ باشد.}$$

۱۴- تقعر و تحدب و نقاط عطف احتمالی نمودار توابع زیر را تعیین کنید.

الف) $f(x) = (x-3)^3(2-x)^2$ ب) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$

۱۵- با استفاده از آزمون مشتق اول، ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع $f(x) = \begin{cases} 4-3x & , x \geq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2+1) & , x < 1 \end{cases}$ را به دست آورید.

۱۶- اگر $f(x) = \frac{x^2+x}{x-1}$ تابع فعالیت های بازارچه مرزی بازرگان باشد بازه های زمانی رونق (افزایش) و رکود (کاهش) فعالیت های بازارچه را پیش بینی نمایید.

۱۷- اگر $f(x) = \sqrt{x^2+x}$ تابع مقدار پمپاژ آب سد بارون ماکو باشد. فاصله های افزایش و کاهش پمپاژ را در سال آبی ۱۳۸۹ پیش بینی نمایید.

۱۸- اگر تابع ترخیص کالا از گمرک بازرگان به صورت $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x - 50$ تعریف شده باشد. نقاط افزایش و کاهش تابع مذکور را مشخص کنید.

۱۹- اگر تابع خروجی آب سد بارون به صورت $f(x) = \frac{x^2-4x+6}{x-1}$ تعریف شده باشد. بازه های افزایشی و کاهشی برای تابع مذکور را محاسبه نمایید.

۲۰- اگر تابع هزینه کارخانه ایده آل لنت ماکو در شش ماهه اول و دوم سال جاری به صورت ذیل تعریف شده باشد مطلوبست پیش بینی افزایشی و یا کاهشی بودن تابع هزینه کارخانه مذکور را

الف) $f(x) = 10$ ب) $g(x) = -\frac{1}{x} + 2$

۲۱- نمودار تقریبی خم $y = -x^2$ را رسم نمایید.

۲۲- نمودار تابع $f(x) = 9x + \frac{1}{x}$ را رسم نمایید.

۲۳- مشتق تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ در نقطه $x=1$ کدام است.

الف) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) 4 د) 2

۲۴- مشتق تابع $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ در نقطه $x=3$ کدام است.

الف) $\frac{1}{2}$ ب) 3 ج) $\frac{1}{4}$ د) 2

۲۵- مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2x$ در نقطه $x=1$ کدام است.

الف) 1 ب) -1 ج) مشتق پذیر نیست د) 0

۲۶- کدام گزینه نادرست است.

الف) $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ ب) $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (د) \quad f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (ج)$$

۲۷- معادلات خطوط مماس و قائم منحنی $f(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ در نقطه $x=1$ کدام هستند.

$\left \begin{array}{l} y - \frac{1}{3} = \frac{4}{9}(x-1) \\ y + \frac{1}{3} = \frac{9}{4}(x-1) \end{array} \right. \quad (ب)$	$\left \begin{array}{l} y - \frac{1}{3} = \frac{4}{9}(x-1) \\ y - \frac{1}{3} = \frac{9}{4}(x-1) \end{array} \right. \quad (الف)$
$\left \begin{array}{l} y - 1 = \frac{1}{3}(x-1) \\ y - 1 = 3(x-1) \end{array} \right. \quad (د)$	$\left \begin{array}{l} y - 1 = \frac{1}{3}(x-1) \\ y - 1 = 3(x-1) \end{array} \right. \quad (ج)$

۲۸- معادلات خطوط مماس و قائم منحنی $f(x) = \sqrt{2x+1}$ در نقطه $x=4$ کدام هستند.

$\left \begin{array}{l} y - 3 = \frac{-1}{3}(x-4) \\ y - 3 = -3(x-4) \end{array} \right. \quad (ب)$	$\left \begin{array}{l} y - 3 = \frac{1}{3}(x-4) \\ y - 3 = 3(x-4) \end{array} \right. \quad (الف)$
$\left \begin{array}{l} y - 4 = \frac{1}{3}(x-3) \\ y - 4 = -3(x-3) \end{array} \right. \quad (د)$	$\left \begin{array}{l} y - 4 = \frac{-1}{3}(x-3) \\ y - 4 = 3(x-3) \end{array} \right. \quad (ج)$

۲۹- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x^2+1} + 5\sqrt[5]{x^3}$ ؛ $f'(x)$ کدام است.

$\frac{2}{3}(x^2+1)^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{2}{5}} \quad (ب)$	$\frac{2}{3}(x^2+1)(x)^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{2}{5}} \quad (الف)$
$\frac{2}{3}(x^2+1)^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{2}{5}} \quad (د)$	$\frac{2}{3}x(x^2+1)^{-\frac{2}{3}} + 3x^{-\frac{2}{5}} \quad (ج)$

۳۰- مشتق تابع $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt[3]{x^4}}$ کدام است.

$-3x^{-2} + x^{-\frac{3}{2}} + \frac{16}{3}x^{-\frac{7}{3}} \quad (ب)$	$-3x^{-2} - x^{-\frac{3}{2}} + \frac{16}{3}x^{-\frac{7}{3}} \quad (الف)$
$-3x^{-2} + x^{-\frac{3}{2}} - \frac{16}{3}x^{-\frac{7}{3}} \quad (د)$	$3x^{-2} + x^{-\frac{3}{2}} + \frac{16}{3}x^{-\frac{7}{3}} \quad (ج)$

۳۱- مشتق تابع $f(x) = \sqrt[8]{2x^3+3x-7}$ کدام است.

$\frac{1}{8}(2x^3+3x-7)^{-\frac{7}{8}} \quad (ب)$	$\frac{1}{8}(2x^3+3x-7)^{-\frac{7}{8}}(6x^2+3) \quad (الف)$
$\frac{1}{8}(2x^3+3x-7)^{-\frac{1}{8}}(6x^2+3) \quad (د)$	$\frac{1}{8}(2x^3+3x-7)^{\frac{1}{8}}(6x^2+3) \quad (ج)$

۳۲- مشتق تابع $f(x) = \frac{2x^4}{\sqrt{1-x^2}}$ کدام است.

$\frac{8x^3(\sqrt{1-x^2}) - x^5(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{1-x^2} \quad (ب)$	$\frac{8x^3(\sqrt{1-x^2}) + x^5(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{1-x^2} \quad (الف)$
$\frac{8x^3(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} + x^5(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{1-x^2} \quad (د)$	$\frac{8x^3(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} - x^5(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}}{1-x^2} \quad (ج)$

۳۳- مشتق تابع $f(x) = (x^2+2x+3)^{\frac{-1}{5}}$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} \frac{-1}{5}(x^2+2x+3)^{-\frac{6}{5}}(2x+2) & \text{ب)} \frac{-1}{5}(x^2+2x+3)^{\frac{6}{5}}(2x+2) \\ \text{ج)} \frac{-1}{5}(x^2+2x+3)^{-\frac{6}{5}} & \text{د)} \frac{-1}{5}(x^2+2x+3)^{\frac{6}{5}} \end{array}$$

۳۴- مشتق مرتبه سوم تابع $f(x) = (ax+b)e^x$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} 3(ax+b)e^x & \text{ب)} ae^{3x} + (ax+b)e^{3x} \\ \text{ج)} 3ae^x + (ax+b)e^x & \text{د)} 3ae^x + 3(ax+b)e^x \end{array}$$

۳۵- مشتق مرتبه n ام تابع $f(x) = e^x$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} ne^x & \text{ب)} e^{nx} \\ \text{ج)} e^x & \text{د)} ne^{nx} \end{array}$$

۳۶- اگر $y = (x+1)^2(x^2+1)^{-3}$ ؛ $\frac{dy}{dx}$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} -2(x+1)(x^2+1)^{-3} - 6x(x+1)^2(x^2+1)^{-4} & \text{ب)} 2(x+1)(x^2+1)^{-3} - 6x(x+1)^2(x^2+1)^{-4} \\ \text{ج)} 2(x+1)(x^2+1)^{-3} + 6x(x+1)^2(x^2+1)^{-4} & \text{د)} -12x(x+1)(x^2+1)^{-4} \end{array}$$

۳۷- اگر $y = (x^2-x)^{-2}$ ؛ $\frac{dy}{dx}$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} -2(x^2-x)^{-3}(2x-1) & \text{ب)} -2(x^2-x)^{-1}(2x-1) \\ \text{ج)} 2(x^2-x)^{-1}(2x-1) & \text{د)} 2(x^2-x)^{-3}(2x-1) \end{array}$$

۳۸- اگر $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$ ؛ $\frac{dy}{dx}$ کدام است.

$$\begin{array}{ll} \text{الف)} -x(x^2-9)^{-\frac{3}{2}} & \text{ب)} x(x^2-9)^{\frac{1}{2}} \\ \text{ج)} x(x^2-9)^{-\frac{3}{2}} & \text{د)} -x(x^2-9)^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

مستدعی است؛ نظر، پیشنهاد و انتقاد خود را درباره این سوالات با نگارنده در میان بگذارید.

info@shafizadeh.net & shafizadeh_f@yahoo.com