

نمونه سوالات مبحث مشتق توابع چند متغیره

برای دانشجویان رشته های مدیریت، حسابداری، امور گمرکی و رشته های مرتبط

- ۱- فرض کنید $f(x, y) = xy + y \ln(xy)$ ؛ نشان دهید که $x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
- ۲- فرض کنید $f(x, y) = \sqrt{x - y^2}$ ؛ نشان دهید که $\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$
- ۳- فرض کنید $f(x, y, z) = xy + yz + xz$ که در آن $x = e^t$ و $y = \cos(t)$ و $z = \sin(t)$ ؛ مشتق f را نسبت به t به دست آورید.
- ۴- فرض کنید $x \ln(y) + e^{3x} \cos(y) + e^{2y} \sin(x) - 1 = 0$ توابع $\frac{dx}{dy}$ و $\frac{dy}{dx}$ را به دست آورید.
- ۵- اگر $f(x, y) = x \ln(y) + y \ln(x)$ و $x = e^{r+s}$ و $y = e^{r-s}$ باشند، مطلوبست $\frac{\partial f}{\partial s}$ و $\frac{\partial f}{\partial r}$ را
- ۶- اگر $xz^2 + yx^2 + zy^2 - 2xyz = 0$ باشد مطلوبست $\frac{\partial x}{\partial y}$ و $\frac{\partial z}{\partial x}$ را
- ۷- مشتقات جزئی مرتبه دوم توابع زیر را به دست آورید.
- الف) $f(x, y) = ye^x + xe^y$ ب) $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(z)$
- ۸- فرض کنید $f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x$ نشان دهید $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} = (x + y + z)^2$
- ۹- اگر $f(x, y, z) = 0$ نشان دهید $\frac{\partial x}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial x} = -1$
- ۱۰- فرض کنید $f(x, y) = x^2 \sin\left(\frac{y}{x}\right) + y^2 \cos\left(\frac{y}{x}\right)$ عبارت $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$ را به دست آورید.
- ۱۱- مشتقات جزئی مرتبه اول توابع زیر را به دست آورید.
- الف) $f(x, y, z) = e^{ax+by^2+cz^3}$ ب) $f(x, y, z) = x^3y^2 \sin(z) + e^{yz}$
- ۱۲- فرض کنید $f(x, y) = x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}$ مقدار دیفرانسیل کل تابع f را به ازای $x = 4$ ، $y = 9$ ، $dx = 0.1$ و $dy = 0.2$ به دست آورید.
- ۱۳- اگر $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + \sqrt{x^2 + y^2}$ و $x = e^u \cos(v)$ مطلوبست $\frac{\partial f}{\partial u}$ را
- ۱۴- اگر $x^3 - y^3 - 4xy = -\frac{1}{2}$ ؛ مقدار $\frac{\partial y}{\partial x}$ را به ازای $x = 2$ و $y = -2$ به دست آورید.
- ۱۵- فرض کنید $f(x, y, z) = \ln(y^2 + x^2 + z^2)$ که در آن $x = r + s$ ، $y = r - s$ و $z = rs$ مطلوبست مشتقات جزئی مرتبه اول f را نسبت به r و s را
- ۱۶- دیفرانسیل کل تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ را بیابید.

- ۱۷- مشتقات جزئی مرتبه اول توابع زیر را محاسبه نمایید.
- الف) $f(x, y) = e^{3x^2 - 5y} + \sqrt{x} \cos(x) + e^y \ln(xy)$ ب) $f(x, y, z) = e^{xyz+y^2} - e^x \sin(x)$
- ۱۸- اگر $e^x + e^y + e^z = e^{xyz} + 1$ مطلوبست $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ را
- ۱۹- مشتقات جزئی مرتبه دوم توابع زیر را به دست آورید.
- الف) $f(x, y) = ye^x + xe^y - 1$ ب) $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(z)$
- ۲۰- فرض کنید $f(x, y) = e^{-x} \sin(x + 2y)$ مقادیر $f_x(0, 45)$ و $f_y(0, 45)$ را پیدا کنید.
- ۲۱- فرض کنید $f(x, y) = \frac{2x}{x-y}$ ؛ مقادیر $f_x(3, 1)$ و $f_y(3, 1)$ را پیدا کنید.
- ۲۲- فرض کنید $f(x, y) = e^{3x^2-5y} + \sin(x)$ مقادیر $f_x(0, 0)$ و $f_y(0, 0)$ را بیابید.
- ۲۳- فرض کنید $f(x, y) = \frac{2x^2 - \sqrt[3]{y^4}}{\sqrt[4]{x^3 - y^4}}$ مقادیر $f_x(3, 1)$ و $f_y(3, 1)$ را پیدا کنید.
- ۲۴- فرض کنید $f(x, y) = \sqrt[3]{xy} + y \ln(x^2 y)^2$ مقادیر $f_x(1, 1)$ و $f_y(1, 1)$ را به دست آورید.
- ۲۵- دیفرانسیل کل تابع $f(x, y, z) = x^2 \cos(zx^2 y) + z \sin(z\sqrt{xy})$ را بیابید.
- ۲۶- $\frac{dy}{dx}$ و $\frac{dx}{dy}$ را برای $y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = \sin(xy) + \cos(xy) - \ln(xy)$ به دست آورید.
- ۲۷- فرض کنید $f(x, y) = x + 4x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} - 3y$ که در آن $x = e^{2t}$ و $y = \frac{1}{t}t^{\frac{2}{3}}$ عبارت $\frac{\partial f}{\partial t}$ را بیابید.
- ۲۸- اگر $f(x, y) = xe^{xy}$ باشد df را به ازای $x=1$ و $y=1$ و $dx=0.1$ و $dy=0.2$ را به دست آورید.
- ۲۹- نقاط ماکسیمم، مینیمم نسبی و زین اسبی تابع $f(x, y) = x^2 - y^2 + 1$ را در صورت وجود بیابید.
- ۳۰- فرض کنید $f(x, y) = x^2 + y^3 - 4xy - 11y$ نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و زین اسبی f را در صورت وجود بیابید.
- ۳۱- اگر $f(x, y, z) = x + 2y + z^2$ و $x = \frac{2}{s}$ و $y = r^2 + \ln(s)$ و $z = 2r$ مطلوبست.
- الف) $\frac{\partial f}{\partial r}$ ب) $\frac{\partial f}{\partial s}$ ج) گرادیان f را در نقطه $(0, 0, 0)$
- ۳۲- اگر $f(x, y, z) = x + 2y + z^2$ مطلوبست.
- الف) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 1)$ ب) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ ج) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(-1, 0)$
- ۳۳- اگر $f(x, y, z) = x^2 \cos(z) - z \sin(y)$ مقدار $\frac{\partial f}{\partial y}\left(1, \frac{\pi}{2}, 0\right)$ کدام است؟
- الف) 0 ب) 1 ج) -1 د) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳۴- اگر $f(x, y, z) = x^2 \cos(z) - z \sin(y)$ مقدار $\frac{\partial f}{\partial z}$ در $(1, \frac{\pi}{2}, 0)$ کدام است؟

الف) 1 (ب) -1 (ج) 0 (د) $\sqrt{3}$

۳۵- اگر $f(x, y) = x^2 + \ln(xy)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $2x + \frac{1}{x}$ (ب) $2x + \frac{y}{x}$ (ج) $2x + \frac{x}{y}$ (د) $2x + \frac{1}{y}$

۳۶- اگر $f(x, y) = x^2 + \ln(xy)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟

الف) $x^2 + \frac{1}{x}$ (ب) $\frac{1}{y}$ (ج) $\frac{x}{y}$ (د) $\frac{y}{x}$

۳۷- اگر $f(x, y) = e^{3x^2-5y} + \sin(x)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $6xe^{3x^2-5y} + \cos(x)$ (ب) $e^{3x^2-5y} + \cos(x)$
ج) $(6x-5y)e^{3x^2-5y} + \cos(x)$ (د) $(6x-5)e^{3x^2-5y} + \cos(x)$

۳۸- اگر $f(x, y) = e^{3x^2-5y} + \sin(x)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟

الف) $-5e^{3x^2-5y} + \sin(x)$ (ب) $-5e^{3x^2-5y}$ (ج) $(3x^2-5y)e^{3x^2-5y}$ (د) $(3x^2-5)e^{3x^2-5y}$

۳۹- اگر $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $\frac{2y}{(x+y)^2}$ (ب) $\frac{2x}{(x+y)^2}$ (ج) $\frac{y}{(x+y)^2}$ (د) $\frac{x}{(x+y)^2}$

۴۰- اگر $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟

الف) $\frac{-2x}{(x+y)^2}$ (ب) $\frac{2x}{(x+y)^2}$ (ج) $\frac{2y}{(x+y)^2}$ (د) $\frac{-2y}{(x+y)^2}$

۴۱- اگر $f(x, y) = ye^x + xe^y$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $ye^x + e^y$ (ب) $e^x + x$ (ج) $e^x + e^y$ (د) $x + y$

۴۲- اگر $f(x, y) = ye^x + xe^y$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟

الف) $e^x + xe^y$ (ب) $e^x + y$ (ج) $e^x + e^y$ (د) $x + y$

۴۳- اگر $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(z)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $y \cos(xy) + \cos(z)$ (ب) $y \cos(xy)$ (ج) $x \cos(xy)$ (د) $y \sin(xy)$

۴۴- اگر $f(x, y) = 4x^2y^3 - 5y^3 + 2x^4$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x}$ کدام است؟

الف) $8xy^3 + 8x^3$ (ب) $8xy^3 + x^3$ (ج) $xy^3 + 8x^3$ (د) $8x^3y^3 + 8x^3$

- ۴۵- اگر $f(x,y) = 4x^2y^3 - 5y^3 + 2x^4$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟
 الف) $x^2y^2 - y^2$ (ب) $12x^2y^2 - 15y^2$ (ج) $12x^2 - 15y^2$ (د) $x^2y^2 - 15y^2$
- ۴۶- اگر $f(x,y,z) = \sin(xy) + \cos(z)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial y}$ کدام است؟
 الف) $y \cos(xy) + \cos(z)$ (ب) $y \cos(xy)$ (ج) $y \cos(xy)$ (د) $x \sin(xy)$
- ۴۷- اگر $f(x,y,z) = \sin(xy) + \cos(z)$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial z}$ کدام است؟
 الف) $\sin(xy) - \sin(z)$ (ب) $-\sin(z)$ (ج) $\cos(z)$ (د) $\sin(xy) + \cos(z)$
- ۴۸- اگر $f(x,y,z) = x^2y + y^2z + z^2x$ ؛ $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$ کدام است؟
 الف) $x^2 + y^2 + z^2$ (ب) $(x+y+z)^2$ (ج) $2x+2y+2z$ (د) $x+y+z$
- ۴۹- اگر $f(x,y) = xy + y \ln(xy)$ ؛ $x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ کدام است؟
 الف) $y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ (ب) $y \frac{\partial f}{\partial y}$ (ج) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ (د) y^2
- ۵۰- اگر $f(x,y) = e^{-x} \sin(x+2y)$ ؛ $f_x(0, \frac{\pi}{4})$ کدام است؟
 الف) -1 (ب) 1 (ج) 0 (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ۵۱- اگر $f(x,y) = e^{-x} \sin(x+2y)$ ؛ $f_y(0, \frac{\pi}{4})$ کدام است؟
 الف) -1 (ب) 1 (ج) 2 (د) -2
- ۵۲- اگر $f(x,y) = \frac{2x}{x-y}$ ؛ $f_x(3,1)$ کدام است؟
 الف) $\frac{-1}{2}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) -1 (د) 2
- ۵۳- اگر $f(x,y) = \frac{2x}{x-y}$ ؛ $f_y(3,1)$ کدام است؟
 الف) $\frac{3}{2}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (ج) $\frac{-2}{3}$ (د) $\frac{-3}{2}$
- ۵۴- دیفرانسیل کل تابع $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ کدام است؟
 الف) $(2x+2y+2z)dx$ (ب) $2xdx + 2ydy + 2zdz$ (ج) $2x+2y+2z$ (د) $2x$
- ۵۵- اگر $f(x,y) = x + \ln(x^2 + y^2)$ ؛ دیفرانسیل کل تابع وقتی $\left. \begin{matrix} x=2 \\ y=3 \end{matrix} \right| \frac{dx}{dy} = -1$ و $\left. \frac{dx}{dy} = 1 \right|$ کدام است؟
 الف) $\frac{13}{11}$ (ب) $\frac{11}{13}$ (ج) $\frac{-13}{11}$ (د) $\frac{-11}{13}$
- ۵۶- اگر $F(x,y,z) = 0$ ؛ کدام گزینه درست است؟

$$\frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 1 \quad (\text{د}) \quad \frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} = 1 \quad (\text{ج}) \quad \frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1 \quad (\text{ب}) \quad \frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 1 \quad (\text{الف})$$

۵۷- اگر $z = f(x-y, y-x)$ ؛ کدام گزینه درست است؟

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} \quad (\text{د}) \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial y} = -1 \quad (\text{ج}) \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial y} = 1 \quad (\text{ب}) \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial x}{\partial y} = 0 \quad (\text{الف})$$

مستدعی است؛ نظر، پیشنهاد و انتقاد خود را درباره این سوالات با نگارنده در میان بگذارید.

info@shafizadeh.net & shafizadeh_f@yahoo.com