

## نمونه سوالات مبحث ماتریس

برای دانشجویان رشته های مدیریت، حسابداری، امور گمرکی و رشته های مرتبط

۱- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $n \times n$  مربع باشند، نشان دهید.

(الف)  $A^T + B = \left( (A^T)^T + B^T \right)^T$  (ب)  $A^T + B = (A + B^T)^T$

۲- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع و  $k$  یک اسکالر باشد، نشان دهید.

(الف)  $tr(kA) = ktr(A)$  (ب)  $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$

۳- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $n \times n$  وارون پذیر باشند نشان دهید.  $adj(AB) = adj(B) \cdot adj(A)$

۴- بدون محاسبه و تنها با استفاده از خواص دترمینان ثابت کنید.

(الف)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 9 & 21 & 3 \\ 6-2a & 14-2b & 2-2c \end{vmatrix} = 0$  (ب)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = a^2$

۵- ترانهاده ماتریس  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$  را به دست آورید.

- ۶- هر یک از مفاهیم روبرو را تعریف نمایید. (الف) مینور یک ماتریس (ب) شرط وارون پذیر بودن یک ماتریس (ج) ماتریس متعامد (د) ماتریس متقارن (ز) اثر یک ماتریس (ح) ماتریس متعامد (خ) ماتریس الحاقی (چ) ماتریس اسکالر (ح) ماتریس بالا مثلثی (ع) دستگاه همگن (ه) ماتریس شبه متقارن

۷- معادلات ماتریسی زیر را حل نمایید.

(الف)  $2A - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (ب)  $4 \left( x + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \right) = 2x + \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

(ج)  $2A - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

(ه)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$  (ز)  $2A - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

۸- مقادیر  $x$  را طوری تعیین کنید که؛ (الف)  $\begin{vmatrix} -x & -1 \\ -4 & x \end{vmatrix} \geq 0$  (ب)  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & x & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$

۹- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$  ماتریس  $C$  را طوری تعیین کنید که؛  $3A^2 - 5B + 4C = 0$

۱۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  باشند مطلوبست جواب معادله  $-2A^2 + 3B - 2C = 0$  را

۱۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  جواب معادله ماتریسی  $A^2 - \frac{1}{2}B + C = 0$  را به دست آورید

۱۲- ماتریس  $A$  را چنان پیدا کنید که  $A \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$

۱۳- جواب معادله  $\det \begin{pmatrix} x & 3x \\ 1 & 4x \end{pmatrix} = 12$  را به دست آورید.

۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشند عبارت  $[A-BC]^T$  را به دست آورید.

۱۵- فرض کنید  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$  و  $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$  نشان دهید.

(الف)  $A^2 = B^2 = \left[ \frac{1}{2}(A+B) \right]^2$  (ب)  $(A-B)^2 = 0$

۱۶- فرض کنید  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$  ماتریس  $A$  را پیدا کنید.

۱۷- تعیین کنید به ازای چه مقداری از  $a$  ماتریس های زیر وارون پذیر هستند.

(الف)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ a & 2 & 1 \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix}$  (ب)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

۱۸- وارون ماتریس های زیر را با استفاده از عملیات سطری مقدماتی به دست آورید.

(الف)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$  (ب)  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  (ج)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

۱۹- وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$  را در صورت وجود به دست آورید.

۲۰- نشان دهید در مورد ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  روابط زیر برقرار است.

(الف)  $adj(A) = A$  (ب)  $A^{-1} = A$

۲۱- متعامد بودن ماتریس های زیر را بررسی نمایید.

(الف)  $A = \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$  (ب)  $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$

۲۲- ماتریس  $C = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  را در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید ماتریس فوق متعامد است (ب) مقدار دترمینان و  $tr(C)$  را به دست آورید.

۲۲- ثابت کنید هر ماتریس  $A_{n \times n}$  را می توان به صورت مجموع دو ماتریس متقارن و شبه متقارن نوشت.

۲۴- با فرض  $AB = BA$  ثابت کنید. الف)  $(AB)^k = B^k A^k$  (ب)  $A^k B = B A^k$

۲۵- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که  $\begin{bmatrix} -a^2 & 1 \\ 2 & -16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 1 \\ 2 & b^2 \end{bmatrix}$  برقرار باشد.

۲۶- به ازای چه مقداری از  $a$  رابطه  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2a & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$  برقرار است؟

الف)  $a = -2$  (ب)  $a = 2$  (ج)  $a = \frac{1}{2}$  (د)  $a = -\frac{1}{2}$

۲۷- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $m \times n$  و  $k$  یک اسکالر؛ کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}$  (ب)  $A - B = -(a_{ij} - b_{ij})_{m \times n}$

ج)  $-A - B = -(a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}$  (د)  $kA = (ka_{ij})_{m \times n}$

۲۸- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع باشند کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $|AB| \neq |A||B|$  (ب)  $|I_n| = 1$  (ج)  $|A^T| = |A|$  (د)  $|(A^T)^T| = |A|$

۲۹- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس وارون پذیر باشند کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$  (ب)  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$  (ج)  $(A^{-1})^{-1} = A$  (د)  $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

۳۰- اگر  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  و  $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ؛  $3A + 2B$ ؛ کدام است؟

الف)  $\begin{pmatrix} 1 & 12 & 22 \\ -3 & 7 & 7 \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 12 & 7 \\ 22 & 7 \end{pmatrix}$  (ج)  $\begin{pmatrix} -3 & 7 & 7 \\ 1 & 12 & 22 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & 12 \\ 7 & 22 \end{pmatrix}$

۳۱- اگر  $A, B$  و  $C$  سه ماتریس  $m \times n$  و  $k$  و  $h$  اسکالر؛ کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $A + (B + C) = (A + B) + C$  (ب)  $k(A - B) = kA - kB$

ج)  $(k - h)A = kA - (h(-A))$  (د)  $k(A + B) = kA + kB$

۳۲- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $m \times n$  و  $k$  یک اسکالر؛ کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $A^T + B = \left( (A^T)^T + B^T \right)^T$  (ب)  $(kA)^T = k^T A^T$

ج)  $(A + B)^T = B^T + A^T$  (د)  $(AB)^T = B^T A^T$

۳۳- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربع و  $k$  یک اسکالر؛ کدام گزینه نادرست است؟

الف)  $tr(kA) = ktr(A)$  (ب)  $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

ج)  $A(adjA) = (adjA)A$  (د)  $adj(AB) = adj(A)adj(B)$

۳۴- اگر  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$  و  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ؛ به ازای چه مقداری از  $C$  رابطه  $3A - 2C = 4B$  برقرار است؟

الف)  $\begin{pmatrix} 3 & 13 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} -3 & -13 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$  (ج)  $\begin{pmatrix} 10 & 13 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} -10 & 9 \\ -3 & -13 \end{pmatrix}$

۳۵- به ازای چه مقادیری از  $a$ ،  $b$  و  $c$  رابطه  $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 3 \\ -1 & 4 & -8 \\ 0 & 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3a & 3 \\ b & 4 & -8 \\ 0 & 2c+1 & 7 \end{pmatrix}$  برقرار است؟

الف)  $\begin{cases} a = \frac{-1}{3} \\ b = \frac{-1}{2} \\ c = \frac{-1}{2} \end{cases}$  (ب)  $\begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = \frac{-1}{3} \\ c = \frac{-1}{3} \end{cases}$  (ج)  $\begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{-1}{3} \\ c = \frac{-1}{2} \end{cases}$  (د)  $\begin{cases} a = \frac{-1}{3} \\ b = \frac{-1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$

۳۶- ماتریس  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$  یک ماتریس ..... است؟

الف) متقارن (ب) شبه متقارن (ج) متعامد (د) قطری

۳۷- ماتریس  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 7 \\ 4 & 7 & -2 \end{pmatrix}$  یک ماتریس ..... است؟

الف) متقارن (ب) شبه متقارن (ج) متعامد (د) قطری

۳۸- ماتریس  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  یک ماتریس ..... است؟

الف) متقارن (ب) شبه متقارن (ج) متعامد (د) قطری

۳۹- به ازای چه مقداری از  $A$  رابطه  $2A - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$  برقرار است؟

الف)  $\begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{2} \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$  (ج)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$

۴۰- به ازای چه مقداری از  $x$  رابطه  $4 \left( x + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \right) = 2x + \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$  برقرار است؟

الف)  $\begin{pmatrix} -7 & -7 \\ -13 & -14 \end{pmatrix}$  (ب)  $\begin{pmatrix} -13 & -14 \\ -7 & -7 \end{pmatrix}$  (ج)  $\begin{pmatrix} -7 & -7 \\ -13 & -7 \end{pmatrix}$  (د)  $\begin{pmatrix} -13 & -14 \\ 2 & 2 \\ -7 & -7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

۴۱- به ازای چه مقداری از  $x$  و  $y$  رابطه  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$  برقرار است؟

الف)  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$  (ب)  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$  (ج)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  (د)  $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

۴۲- مقدار  $[5 \ 1 \ 6] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  برابر است با؟

الف)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & -6 \\ 10 & 2 & 12 \end{bmatrix}$  ب)  $\begin{bmatrix} 0 & -5 & 10 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -6 & 12 \end{bmatrix}$  ج)  $[0 \ -1 \ 12]$  د)  $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 12 \end{bmatrix}$

۴۳- به ازای چه مقداری از  $a$  ماتریس  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ a & 2 & 1 \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix}$  وارون پذیر است؟

الف)  $\frac{-5}{2}$  ب)  $\frac{5}{2}$  ج)  $R - \left\{ \frac{-5}{2} \right\}$  د)  $R - \left\{ \frac{5}{2} \right\}$

۴۴- به ازای چه مقادیری از  $a$  ماتریس  $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{pmatrix}$  وارون پذیر است؟

الف)  $R$  ب)  $4$  ج)  $2$  و  $-2$  د)  $R - \{-2, 2\}$

۴۵- تحت چه شرطی  $A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{pmatrix}$  وارون پذیر است؟

الف)  $a_1 = 0$  ب)  $a_1 = a_2 \neq 0$  ج)  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$  د) هیچ یک از  $a_i$  صفر نباشد  $i = 1, \dots, n$

۴۶- رتبه ماتریس  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  کدام است؟

الف)  $1$  ب)  $2$  ج)  $3$  د)  $6$

۴۷- رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف)  $2$  ب)  $3$  ج)  $0$  د)  $6$

۴۸- مجموعه جواب  $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2x & 7 \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

الف)  $\{ \}$  ب)  $\{7\}$  ج)  $R$  د)  $\{14\}$

۴۹- مجموعه جواب نامعادله  $\begin{vmatrix} x & -1 \\ -4 & x \end{vmatrix} > 0$  عبارت است از؟

الف)  $\{-2, 2\}$  ب)  $(-\infty, -2)$

ج)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  د)  $(2, +\infty)$

۵۰- مقدار  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 9 & 21 & 3 \\ 6-2a & 14-2b & 2-2c \end{vmatrix}$  کدام است؟

الف)  $0$  ب)  $a+b+c$  ج)  $-a-b-c$  د)  $3$

۵۱- مقدار  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix}$  کدام است؟

الف)  $a^2$  (ب)  $(1+a)^2$  (ج)  $1$  (د)  $0$

۵۲- مقدار  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  کدام است؟

الف)  $0$  (ب)  $b+c$  (ج)  $a+c$  (د)  $a+b$

۵۳- مقدار  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & x & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

الف)  $10$  (ب)  $18$  (ج)  $-10$  (د)  $-18$

مستدعی است؛ نظر، پیشنهاد و انتقاد خود را در رابطه با این سوالات با نگارنده در میان بگذارید.  
[info@shafizadeh.net](mailto:info@shafizadeh.net) & [shafizadeh\\_f@yahoo.com](mailto:shafizadeh_f@yahoo.com)