

نمونه سوالات مباحث ویژه

برای دانشجویان رشته های مدیریت، حسابداری، فنی و مهندسی و رشته های مرتبط

۱- اندازه هر یک از نسبت های زیر را بر حسب رادیان محاسبه نمایید.

الف) $\sin(15)$ ب) $\cos(105)$ ج) $\sin(75)$ د) $\sin(105)$

۲- دو عدد متوالی را چنان بیابید که حاصل ضرب آنها 20 گردد.

۳- حاصل تقسیم زیر را به دست آورید. $\frac{1-2x-6x^3+5x^4}{1-x^2}$

۴- مطلوبست $Re(Z)$ و $Im(Z)$ نمایش هندسی، فاصله از مبدا، آرگومان و نمایش مثلثاتی هر یک از اعداد مختلط زیر را

الف) $z_1 = -1 + i$ ب) $z_2 = 1 - i$ ج) $z_3 = 3 + i\sqrt{3}$ د) $z_4 = 3$

۵- مطلوبست مختصات مرکز و شعاع دایره ای به معادله $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ را

۶- مطلوبست بسط $\sin(3x)$ و $\cos(3x)$ را

۷- نشان دهید که؛ $(\cos(x) + i \sin(x))^n = \cos(nx) + i \sin(nx)$

۸- ثابت کنید گزاره های زیر قضیه دو شرطی هستند. الف) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim q$

ب) $[(p \Rightarrow r) \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (r \wedge q)]$ ج) $[\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

۹- آیا گزاره های زیر استلزام منطقی هستند.

الف) $[(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow \sim p$ ب) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \wedge r)]$ ج) $[p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow (p \vee r)$

۱۰- ثابت کنید گزاره های زیر، همیشه درست هستند.

الف) $p \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$ ب) $[(p \wedge \sim q) \wedge (r \wedge \sim r)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۱۱- ثابت کنید که مجموعه ای که دارای n عضو است دارای 2^n زیر مجموعه است.

۱۲- رابطه R به صورت $R = \{(x, y) : x, y \in Z, x - y = 2k; k \in Z\}$ تعریف شده است. ویژگی های بازتابی، تقارنی، تراگذاری،

ترتیب، هم ارزی را بررسی نمایید.

۱۳- رابطه $R = \{(x, y) : x, y \in R, x^2 + y^2 \leq 1\}$ در مجموعه اعداد حقیقی تعریف شده است.

الف) ویژگی های ترتیب و هم ارزی را بررسی نمایید. ب) دامنه و برد را مشخص کنید.

۱۴- عمل $*$ روی مجموعه $R - \{1\}$ به صورت $x * y = x + y - xy$ تعریف شده است.

الف) نشان دهید $(R - \{1\}, *)$ یک گروه آبدلی است.

ب) معادله $x * (2 * 3)' = 5$ را در این گروه حل نمایید.

۱۵- معادله دیفرانسیلی را پیدا کنید که خانواده ۲- پارامتری از جواب های آن عبارت است از $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$

۱۶- معادله دیفرانسیل $x \cos y + \sqrt{x+1} \sin y dy = 0$ را حل کنید.

۱۷- جواب عمومی هر یک از معادلات زیر را به دست آورید.

الف) $(\sqrt{x^2 - y^2} + y)dx - xdy = 0$ (ب) $\frac{dy}{dx} = -\frac{e^y}{xe^y + 2y}$

۱۸- عامل انتگرال‌ساز برای معادله دیفرانسیل $(x^2 + xy^2)y' - 3xy + 2y^3 = 0$ پیدا کرده و سپس معادله را حل کنید.

۱۹- جواب عمومی معادله $y' + xy = \frac{x}{y^3}$ $y \neq 0$ را به دست آورید.

۲۰- خانواده $y = 2cx - c^2$ را در نظر بگیرید. پوشی برای این خانواده پیدا کنید.

۲۱- معادله مرتبه دوم $y'' - 3y' - 4y = 0$ را در نظر بگیرید نشان دهید که $\begin{cases} y_1(x) = e^{4x} \\ y_2(x) = e^{-x} \end{cases}$ دو جواب معادله می باشند. همچنین

جواب عمومی معادله را پیدا کنید.

۲۲- مسئله با مقدار اولیه روبرو را حل کنید $\begin{cases} x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0 & x \in (0, \infty) \\ y(1) = 1 & y'(1) = 0 \end{cases}$

۲۳- معادله دیفرانسیل $y'' - 2y' + y = 3e^{-x}$ را در نظر بگیرید تحقیق کنید $y_p = e^{-x}$ یک جواب خصوصی این معادله است. سپس جواب عمومی آن را پیدا کنید.

۲۴- جواب عمومی هر یک از معادلات زیر را پیدا کنید.

الف) $y'' + 4y' + 4y = 4x^2 + 6e^x$ (ب) $y'' - 3y' + 2y = \sin e^{-x}$

۲۵- بسط تیلور جواب های معادله دیفرانسیل $y'' + (x-1)y' = e^x$ را در نقطه $x=1$ پیدا کنید.

۲۶- مقادیر x_1 ، x_2 و x_3 را طوری تعیین کنید که؛ $Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$ با محدودیت های

ماکسیمم شود. $\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 21 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$

۲۷- اگر برای $|x| < 1$ ، $x \leq f(x) \leq x + x^2$ ؛ مقدار $f'(0)$ را حساب کنید.

۲۸- در هر مورد مشتق مرتبه n ام تابع داده شده را به دست آورید.

الف) $f(x) = \sin(x)$ (ب) $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$

۲۹- فرض کنید $f, g: R \rightarrow R$ توابع مشتق پذیر باشند و $g'(0) \neq 0$ و نیز $f(0) = g(0) = 0$ نشان دهید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(0)}{g'(0)}$

۳۰- اگر f تابعی مشتق پذیر در a باشد مقدار $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x-a}$ را حساب کنید.

۳۱- نشان دهید معادله $x^5 + 3x^3 + x + 13 = 0$ دارای بیش از یک ریشه حقیقی نیست.

۳۲- اگر f بر بازه بسته $[0,1]$ پیوسته و $f(0) = 0$ و نیز $f'(x)$ بر بازه باز $(0,1)$ موجود و صعودی باشد. نشان دهید که

$g(x) = \frac{f(x)}{x}$ نیز بر بازه $(0,1)$ صعودی است.

۳۳- با فرض این که $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ؛ نامساوی های روبرو را ثابت کنید. الف) $\sin(x) < x$ ب) $x - \frac{x^3}{x} < \sin(x)$

۳۴- معادله های هر یک از توابع روبرو را بدست آورید. الف) $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ ب) $y = \frac{x^2-4x+1}{x-1}$

۳۵- هر یک از انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\int \operatorname{tg}^4(x) dx$ ب) $\int \sqrt{1 + \sin^2(x-1)} \cdot \sin(x-1) \cdot \cos(x-1) dx$

۳۶- با استناد به تعریف هر یک از انتگرال های روبرو را محاسبه کنید. الف) $I = \int_{-1}^1 |x| dx$ ب) $J = \int_3^5 [x] dx$

۳۷- فرض کنید $x \neq 0$ ، $f(x) = (-1)^{|x|} \frac{x-1}{x}$ آیا f در نقطه $x=0$ مشتق پذیر است.

۳۸- اگر $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$ باشد نشان دهید که $\frac{\alpha - \beta}{\cos^2 \beta} \leq \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta \leq \frac{\alpha - \beta}{\cos^2 \alpha}$

۳۹- ثابت کنید که معادله $x = 2^{-x}$ یک و تنها یک ریشه در بازه $(0,1)$ دارد.

۴۰- نشان دهید که به ازای هر عدد حقیقی $\alpha \geq 1$ رابطه روبرو برقرار است (به شرط آن که $(z+1) > 0$ باشد)

$$(1+z)^\alpha \geq 1 + \alpha z$$

۴۱- درستی های زیر را ثابت کنید.

الف) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \dots + \frac{n}{n^2+n^2} \right) = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right) = \frac{2}{\pi}$

۴۲- فرض کنید $B(m,n) = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx$ اولاً تساوی $B(m,n) = B(n,m)$ را ثابت کنید ثانیاً ثابت کنید که

$$B(m,n) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m+1} x \cos^{2n+1} x dx$$

۴۳- نشان دهید برای هر x ، $|x| > 1$ داریم $\operatorname{cth}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

۴۴- نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

الف) $r = 2 + \cos \theta$ ب) $r = a \theta$

۴۵- اگر n عددی مثبت و زوج باشد و a و b اعداد حقیقی، با استفاده از قضیه رول نشان دهید که معادله $x^n + ax + b = 0$

نمی تواند بیش از دو ریشه حقیقی داشته باشد.

۴۶- با استفاده از قضیه مقدار میانگین ثابت کنید که اگر $0 < x < 1$ آنگاه $\sin(x) < x < \tan(x)$

(قضیه مقدار میانگین را برای $\sin(x) - \sin(0)$ و $\tan(x) - \tan(0)$ به کار ببرید)

۴۷- تابع $f(x) = x^2 + 1$ را روی $[0, 2]$ در نظر بگیرید اگر افزایش p بازه $[0, 2]$ را به n زیربازه مساوی تقسیم کند مطلوبست.

الف) مجموع بالایی ب) مجموع پایینی

۴۸- انتگرال های روبرو را محاسبه نمایید. الف) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$ ب) $\int_2^5 \frac{dx}{x\sqrt{9x^2-16}}$

۴۹- با استفاده از تعریف حد، روابط زیر را ثابت کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 3x - 18) = -8$ ب) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$

۵۰- عدد ثابت c را چنان بیابید که خط راستی که نقاط $(0, 3)$ و $(5, -2)$ را به هم وصل می کند بر منحنی $y = \frac{c}{x+1}$ مماس باشد.

۵۱- منحنی $(x = a(\theta - \sin(\theta)), y = a(1 - \cos(\theta)))$ را در بازه $0 \leq \theta \leq 2a$ حول محور x ها دوران می دهیم، مساحت سطح دوار را به دست آورید.

۵۲- مستقل و یا وابسته خطی بودن مجموعه $A = \{(1, 3, -1), (0, 1, 0), (0, 0, 0)\}$ را بررسی نمایید.

۵۳- به ازای چه مقداری از a مجموعه سه بردار $\{(a, 1, a), (1, a, 0), (0, a, 1)\}$ وابسته خطی است.

الف) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ ب) $\pm \sqrt{2}$ ج) $+\frac{\sqrt{2}}{2}$ د) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

مستدعی است؛ نظر، پیشنهاد و انتقاد خود را در رابطه با این سوالات با نگارنده در میان بگذارید.

info@shafizadeh.net & shafizadeh_f@yahoo.com