

### ➤ اشاره

تاریخ پیدایش عدد و آغاز فرایند شمارش به قرون ماقبل تاریخ بر می گردد. انسان اولیه کم و بیش می توانست کم را از بیش تمیز دهد. با تکامل تدریجی جوامع بشری و نیاز به شمارش اعضای قبیله، عده دشمنان و... سبب پیدایش نوعی شمارش شفاهی شد. برای ضبط و ثبت ارقام از شگردهایی نظیر تا کردن انگشتان دست و یا کشیدن شیارهایی روی گل و یا استخوان جانوران بهره می جستند. بعدها با بهبود کار نوشتن، ترکیبی از علائم برای نمایش ارقام ایجاد شد. رفته، رفته این کشف بزرگ برای خود جایگاه ویژه در روند پیشرفت بشر پیدا کرد. یونانیان باستان بیشتر از دیگران بر نقش اعداد در زندگی اعتقاد داشتند. به نحوی که برای آن قداست خاصی قائل بودند. در این بین فیثاغورث و پیروانش قسمت اعظم شالوده رازگرایی عدد را پی ریزی کردند. فیثاغورثیان معتقد بودند که عدد صحیح سبب کیفیات مختلف انسان و ماده است این منجر به تعالی و مطالعه اعداد گردید. اعداد متحابه جزء اولین ارقامی بودند که به جذبه جادویی دست یافتند؛ دو عدد را متحابه گویند اگر هر یک از آنها برابر مجموع مقسوم علیه‌هایی حقیقی دیگری باشد مانند ۲۸۴ و ۲۲۰ بعدها این پندار خرافی پدید آمد که دو طلسم حاوی اعداد متحابه، عشق آتشین و مودت تمام عیار مابین حاملین آنها ایجاد خواهد کرد. اعداد تام (یک عدد تام است هرگاه با حاصل جمع مقسوم علیه‌های خود برابر باشد. مانند  $6=1+2+3$ )، اعداد ناقص (یک عدد ناقص است هرگاه از حاصل جمع مقسوم علیه‌های حقیقی اش بزرگتر باشد. مانند  $8 < 1+2+4$ )، اعداد زاید (یک عدد زاید است هرگاه از حاصل جمع مقسوم علیه‌های حقیقی اش کوچکتر باشد. مانند  $12 > 1+2+3+4+6$ )، ارقامی دیگر با روابط جادویی هستند که به فیثاغورثیان نسبت داده می شوند. در طی سالیان متمادی اعداد نقش بزرگی در سحر، جادو و طالع بینی داشتند.

### ➤ تاریخچه جداول جادویی

شاید در طول تحسیلات خود با جداول گوناگونی از اعداد سروکار داشتید؛ مانند جداول ضرب و تقسیم، معهدنا نقش جداول در تاریخ ریاضیات بیشتر از اینهاست. از ۳۰۰ لوح ریاضی که در بابل یافت شده در حدود ۲۰۰ تایشان لوح‌های جداولی اند. این لوح‌های جدولی؛ جدول‌های ضرب، معکوس و حتی جداول توان را نشان می دهند و این نشانگر آنست که بابلیان در ۲۰۰۰ تا ۱۶۰۰ ق.م جدول سازان خستگی ناپذیر و محاسبین چیره دست بودند. علاوه بر جداول مذکور نوع مشخصی از جداول در طی تاریخ ذهن بشر را به خود مشغول کرده اند.

### ➤ جداول جادویی

جداول جادویی اشکال هندسی به شکل مربع هستند این مربع‌ها حاوی حجره‌هایی است که در آن ارقامی قرار می گیرند. هاله سحرآمیزی که این جداول را فراگرفته، ناشی از روابط شگفت انگیزی است که بین اعداد آن برقرار است در هر جدول جادویی اعداد صحیح از ۱ تا  $n \times n$  بدون تکرار جای می گیرند و تمامی سطرها و ستون‌ها و قطرها دارای حاصل جمع یکسان می باشند. تعداد سطرها و یا ستون‌های یک مربع جادویی را رتبه آن جدول گویند. (در این نوشتار مراد از جدول یک آرایه مربعی شکل است). از آغاز پیدایش هندسه و جبر، ویژگی‌های جداول جادویی مورد توجه ریاضیدانان بوده است و فرزندان دوران باستان خصایص سحرآمیزی، بدان نسبت می دادند چینی‌ها اولین کسانی بودند که ویژگی‌های یک جدول جادویی را کشف کردند در یکی از قدیمی‌ترین آثار کلاسیک ریاضیات چین بنام "کتاب در باب تبدیلات" نموداری از

ارقام ثبت شده که به لو-شو (Lo-sho) مشهور است. لو-شو، قدیمی ترین نمونه شناخته شده یک جدول جادویی هست. به عبارت افسانه ای این جدول جادویی در حدود ۲۲۰۰ ق.م برای اولین بار توسط امپراتور یو (Yu) بر پشت لاک پستی اسرارآمیز که از رودخانه زرد به خشکی خزید مشاهده شد. چینی ها ویژگی های سحرآمیزی را برای اعداد لو-شو قائل بودند. عدد ۵ واقع در وسط این مربع در محل تقاطع قطرها، مظهر زمین بود. سه و هشت مظهر چوب و یک و شش مظهر آب بودند و آتش با هفت و دو و فلزات با چهار و نه مشخص می شدند. آنان اعداد زوج را مظهر عنصر ماده و منفعل و اعداد فرد را مظهر عنصر فعال و نر می دانستند. لو-شو آرایه مربعی که دارای ارزش مذهبی در نزد چینی ها بود بعدها به صورت زیر تصویر شد.

آب

۶	۱	۸
۷	۵	۳
۲	۹	۴

فلز

بعدها جداول جادویی به هندوستان آورده شدند و توسط ایرانیان به مغرب زمین منتقل گردیدند. و شاید شطرنج نوع دیگرگون شده مربعات جادویی بوده که در هندوستان رایج گردید. علی ای حال در دوران احیای علوم در قرن پانزده و شانزده میلادی در اروپا ریاضیدانی بنام کارنلیوس آگریپا (۱۵۳۵ - ۱۴۸۶) در باب جداول جادویی پژوهش های علمی انجام داد وی جداول جادویی از مراتب ۳ الی ۹ را ترسیم نمود و آنها را نمادی برای هفت جرم آسمانی؛ زحل، مشتری، مریخ، خورشید، ماه، زهره و عطارد که تا آن زمان شناخته شده بودند، تلقی نمود. دولالوبر (Delaloubere) فرستاده لویی چهاردهم بین سال های ۱۶۸۷ - ۱۶۸۸ به مشرق زمین بود. وی در سیام روش ساده ای را برای پیدا کردن و ترسیم جداول جادویی از مراتب فرد فراگرفت. اندیشه سحرآمیز بودن جداول جادویی در غرب تا بدان حد رواج یافت که برای مصونیت از بیماری، آنها را روی چوب و یا لوح نقره ای حک می نمودند و بر جامه خود می دوختند. از جالبترین جداول جادویی باقیمانده از آن دوران، جدول موجود در تابلوی مالخولیایی "آلبرشت دورر" - نقاش آلمانی - می باشد. در یکی از گوشه های بالایی این اثر حکاکی شده به سال ۱۵۱۴ یک جدول جادویی از مرتبه ۴ موجود است از آنجائی که طالع بینان و عوام و خاص بیماران روانی این مربع جادویی را به عنوان طلسم شکن تجویز می کردند. آلبرشت دورر نیز با تبعیت از ایشان در بالای سر بیمار روانی اثر خود این جدول جادویی را حکاکی نموده است.

۱۳	۲	۳	۱۶
۸	۱۱	۱۰	۵
۱۲	۷	۶	۹
۱	۱۴	۱۵	۴

در این جدول سال ایجاد در دو حجره وسطی سطر آخری حک شده است. این تابلو اینک در موزه بریتانیایی نگهداری می شود. حاصل جمع اعداد هر سطر و ستون و قطرهای این مربع جادویی ۳۴ است. علاوه براین:

۱. حاصل جمع اعداد چهار حجره مرکزی  $10+3+8+13=34$  است که برابر با حاصل جمع چهار عدد واقع در رئوس آن می باشد.
۲. حاصل جمع چهار عددی که در ستون پایین و بالا بعد از حذف اعداد در رئوس باقی می ماند نیز ۳۴ است.
۳. حاصل جمع اعداد واقع در ستون های اول و آخر بعد از حذف اعداد مندرج در رئوس نیز برابر ۳۴ در می آید.
۴. حاصل جمع مربعات اعداد واقع در دو سطر بالایی برابر با حاصل جمع مربعات اعداد واقع در دو سطر زیرین است.
۵. حاصل جمع مربعات اعداد واقع بر قطرها برابر با حاصل جمع مربعات اعداد غیر واقع بر قطرهاست.
۶. حاصل جمع مربعات اعداد واقع بر سطر اول و سوم برابر است با حاصل جمع مربعات اعداد واقع بر سطرهای دوم و چهارم.
۷. حاصل جمع اعداد واقع در قطرها برابر است با حاصل جمع اعدادی که بر قطرها واقع نیستند.
۸. حاصل جمع مکعبات اعداد واقع بر قطرها برابر با حاصل جمع مکعبات اعداد غیر واقع بر قطرهاست. چنین مربعات جادویی را مربعات اهریمنی نیز نامیده اند.

### ➤ ویژگی ریاضی جداول جادویی

چنان که ذکر شد در هر جدول جادویی اعداد صحیح از ۱ تا  $n \times n$  بدون تکرار جای می گیرند و حاصل جمع ارقام هر سطر و هر ستون و نیز دو قطر یکسان می باشند. و در این بین  $n$  مرتبه جدول جادویی خواهد بود. جدول جادویی با رتبه یک بی معنی است و می توان نشان داد که جدول جادویی از مرتبه ۲ وجود ندارد. حداقل رتبه یک جدول جادویی ۳ است. تاکنون استدلال و برهان ریاضی، برای چگونگی ترتیب و تنظیم اعداد در جداول جادویی کشف نگردیده است و راه حل های ارائه شده تنها به وسیله آزمون و خطا حاصل شده اند.

### ➤ شگردهایی برای ساختن بعضی جداول جادویی

برای ساختن جدول جادویی از مرتبه ۳ از شگرد دولالوبر (همان سفیر فرانسه در سیام) بهره می جوئیم. نخست قاعده کلی دولالوبر را که با آن جداول جادویی از مراتب فرد مثل ۳، ۵، ۷ و... به دست می آیند را ارائه می کنیم. مربع دلخواهی با رتبه فرد که حجره هایش نیز ترسیم شده اند را در نظر می گیریم. حاشیه هایی به شکل حجره هایی در کنار لبه های بالایی و راس ایجاد می کنیم و حجره ای که در گوشه سمت راست بالا رسم کردیم سایه می زنیم در حجره وسطی سطر اول مربع اصلی عدد یک را می نویسیم. حال در امتداد قطری به طرف بالا به سمت راست با اعداد صحیح متوالی پیش می روئیم. استثناعات بر این قاعده عمومی در مواقعی که چنان عملی ما را از حاشیه بیرون برد و یا به حجره ای که قبلاً اشغال شده رهنمون کند، وجود دارد در وضعیت نخست با تغییر مسیر حرکت به سمت دیگر جدول (یا از بالا به پایین و یا از راست به چپ) منوط به این که در چه موقعیتی باشیم به داخل جدول اصلی باز می گردیم. در وضعیت دوم عدد را در حجره ای که درست در زیر حجره ای که آخرین بار اشغال شده نوشته و آنگاه طبق قاعده فوق روند جاری را ادامه می دهیم تا جدول تکمیل شود. در فرایند اخیر حجره سایه خورده باید به عنوان اشغال شده تلقی شود. اینک جدول جادویی از مرتبه ۳ را طبق قاعده زیر تکمیل می کنیم؛ نخست مربعی را رسم کرده و آن را بر ۹ حجره تقسیم می کنیم بعد از قرار دادن عدد یک در حجره وسطی حاشیه را طبق قاعده فوق ترسیم می کنیم و آنگاه در سطر اول جدول اصلی در امتداد قطر روبه بالا از ۱ در سومین حجره مرزی در امتداد لبه بالایی عدد ۲ را قرار می دهیم بنا بر قاعده عدد ۲ را به سومین حجره در سطر زیرین جدول

اصلی منتقل می کنیم در امتداد قطر رو به بالا از دو عدد ۳ را می نویسیم عدد ۳ را در دومین حجره مرزی از پایین در امتداد لبه راست قرار می دهیم. بنابراین باید در طرف مقابل و چپ در دومین حجره از زیر در اولین ستون جدول اصلی عدد ۳ نوشته شود با ادامه روند جاری بعد از تکمیل جدول اصلی حاشیه را پاک می کنیم. جدول جادویی حاصل همان جدول جادویی موسوم به لوشو است.

۶	۱	۸
۷	۵	۳
۲	۹	۴

(پنج)

۲	۹		
۸	۶	۱	۸
۳	۷	۵	۳
	۲	۹	۴

(چهار)

۲			
	۱		
۳		۵	۳
	۲		۴

(سه)

۲			
	۱		

(دو)

	۱		

(یک)

هنگام پر کردن حجره های جدول جادویی باید دقت شود که هر عدد فقط یک بار می تواند در حجره های یک جدول جای گیرد. حاصل جمع ارقام در هر سطر و در هر ستون و در هر یک از قطرهای جدول جادویی لوشو ۱۵ است. حال اگر عناصر جدول اخیر را در مقدار ثابتی ضرب کنیم تا اجزای جدیدی به دست آید حاصل جمع سطرها و ستون ها و همین طور قطرهای در این حالت نیز مساوی خواهند بود، به عبارت دیگر جدول جادویی جدید به دست خواهد آمد. در جدول زیر عناصر جدول جادویی لوشو دو برابر شده است از این رو حاصل جمع مورد نظر به  $2 \times 15 = 30$  تبدیل می شود.

۱۲	۲	۱۶
۱۴	۱۰	۶
۴	۱۸	۸

به همین ترتیب می توان جداول جادویی دیگری نیز به دست آورد علاوه بر این می توان با چرخش حول هر یک از سطرها و یا ستون ها و یا قطرهای، جداول جدیدی به دست آورد. جدول جادویی زیر چرخش یافته جدول جادویی لوشو حول یکی از قطرهایش است.

۶	۷	۲
۱	۵	۹
۸	۳	۴

با افزایش رتبه های جدول جادویی تعداد آرایش ها نیز افزایش می یابند. با در نظر گرفتن حالات چرخش و تقارن، ۸۸۰ تا جدول جادویی از رتبه ۴ را می توان از یک جدول جادویی با همان رتبه به دست آورد. این امر برای اولین بار توسط "برنارد فرنیکل دوناسی" در ۱۶۹۳ کشف شد. اینک دقت خود را معطوف به تکمیل یک جدول جادویی از مرتبه چهار خواهیم کرد. جداول جادویی از مرتبه چهار را در نظر می گیریم و قطرهای آنرا رسم شده تصور می کنیم (مطابق شکل زیر) با شروع از گوشه فوقانی سمت چپ در امتداد سطرها از چپ به راست به ترتیب صعودی می شماریم در حالی که اعداد را تنها در حجره هایی درج می کنیم که توسط قطری قطع نشده اند. بعد از اتمام روند جاری در مرحله دوم با شروع از گوشه تحتانی

سمت راست در امتداد سطرها از راست به چپ به ترتیب صعودی می شماریم در حالی که اعداد را تنها در حجره هایی که به وسیله یک قطر قطع شده اند درج می کنیم. جدول جادویی حاصل فرق چندانی با جدول جادویی موجود در تابلوی آلبرشت دورر ندارد.

۱۳	۳	۲	۱۶
۸	۱۰	۱۱	۵
۱۲	۶	۷	۹
۱	۱۵	۱۴	۴

	۳	۲	
۸			۵
			۹
	۱۵	۱۴	

و همین طور برای ساختن جداول جادویی از مراتب دو زوجی، یعنی جداول جادویی که رتبه آنها مضربی از چهار است همان قاعده که برای جدول جادویی از مرتبه ۴ ذکر گردید را می توان به کار برد. شما نیز می توانید با کمی حوصله و ممارست با استفاده از دو قاعده مذکور (روش دولالوبر و روش اخیر) جداول جادویی از مراتب فرد و زوج را به دست آورید. مثلاً می توانید جداول جادویی از مراتب ۵ و ۷ را با استفاده از روش دولالوبر به دست آورید. در این صورت حاصل جمع ارقام هر سطر و هر ستون و هر یک از قطرهای برای جدول جادویی از مرتبه ۵ برابر ۶۵ و برای دیگری برابر با ۷۵ خواهد بود. و با استفاده از شگردی که برای جدول جادویی از مرتبه ۴ به کار بردیم، می توانید جداول جادویی از مراتب ۸ و ۱۲ را به دست آورید. متذکر می شویم که در این صورت حاصل جمع ارقام هر سطر و هر ستون و قطرهای به ترتیب برای جدول جادویی از مرتبه ۸ برابر ۲۶۰ و برای جدول جادویی از مرتبه ۱۲ برابر ۸۷۰ خواهد بود.

منابع:

۱. آشنایی با تاریخ ریاضیات / هاورد - ایوز / دکتر محمد قاسم وحیدی اصل /
۲. ریاضیات و زندگی / فرانکو آگوستینی / عادل ارشقی /

مستدعی است؛ نظر، انتقاد و پیشنهاد خود را در رابطه با این مقاله با نگارنده در میان بگذارید.  
[info@shafizadeh.net](mailto:info@shafizadeh.net) & [shafizadeh\\_f@yahoo.com](mailto:shafizadeh_f@yahoo.com)

➤ عنوان مقاله: جدول های جادویی

➤ نویسنده: صمد شفیع زاده

➤ مجله اطلاعات علمی و نشریه دانشجویی صبا (آذر ماه ۱۳۷۸)